

# Математика для экономистов

## модуль 1, учебный год 2025–2026

Сергей Головань  
Российская экономическая школа  
[sgolovan@nes.ru](mailto:sgolovan@nes.ru)

ТА: Наяна Басаева ([nbasaeva@nes.ru](mailto:nbasaeva@nes.ru))

### Описание курса

Курс «Математика для экономистов» является введением в математические методы, которые широко используются в экономической науке, в частности, в микро- и макроэкономике. Этот курс обязательный, читается в первом модуле первого года обучения. Он состоит из 14 лекций и 7 семинаров.

### Система оценивания и требования к выставлению итоговой оценки

Курс не требует никаких предварительных знаний, кроме базовых курсов по математическому анализу и линейной алгебре.

В курсе будут предложены 5 домашних заданий, которые составят 20% от окончательной оценки за курс. Остальные 80% приходятся на финальный экзамен.

### Содержание курса

1. Конечномерная оптимизация
  - (a) Оптимизационная задача без ограничений
  - (b) Ограничения типа равенств в оптимизационной задаче, теорема Лагранжа
  - (c) Ограничения типа неравенств в оптимизационной задаче, теорема Куна–Таккера
  - (d) Выпуклость и оптимизация
2. Параметрическая оптимизация и сравнительная статика
  - (a) Разностная сравнительная статика
  - (b) Монотонная сравнительная статика
  - (c) Непрерывная сравнительная статика
3. Динамическое программирование, уравнения Беллмана
  - (a) Динамическое программирование с конечным горизонтом

- (b) Стационарное дисконтированное динамическое программирование
- 4. Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето. Приложения к простым играм.
- 5. Основы линейной алгебры
  - (a) Линейное пространство  $\mathbb{R}^n$
  - (b) Системы линейных уравнений, линейные подпространства
  - (c) Симметричные матрицы, собственные числа, квадратичные формы

### Структура и организация учебной дисциплины

Лекции будут следовать от мотивационных примеров и примеров экономических моделей к общим утверждениям и принципам.

### Примеры заданий и вопросов для самостоятельной работы и промежуточного контроля

1. Найдите все решения следующей оптимизационной задачи как функцию от  $w > 0$ :

$$\max x^{1/4} y^{1/4} + z \text{ s.t. } w - x - y - z \geq 0, x, y, z \geq 0.$$

2. Решите следующую оптимизационную задачу и представьте ее решения как функцию от  $\alpha > 0$ :

$$\max \alpha x + y \text{ s.t. } y + (x - 1)^3 \leq 0, x, y \geq 0.$$

3. Для фиксированных положительных  $\delta_1, \dots, \delta_T$  и  $c > 1$  представьте следующую задачу в виде задачи динамического программирования, т. е. выпишите  $S_t, A_t, r_t, J_t$  и  $\Phi_t$ , и решите ее с помощью метода обратной индукции:

$$\sum_{t=1}^T a_t^{\delta_t} \rightarrow \max$$

subject to  $\prod_{t=1}^T a_t \leq c, a_t \geq 1, t = 1, \dots, T.$

4. Рассмотрите игру «Chicken» со следующей платежной таблицей:

		Игрок 2	
		Уступить	Не уступить
Игрок 1	Уступить	0, 0	0, 1
	Не уступить	1, 0	-1, -1

- (a) Для чистых стратегий найдите все исходы, оптимальные по Парето.
- (b) Для смешанных стратегий найдите все исходы, оптимальные по Парето. Для этого обозначьте через  $x_1$  и  $x_2$  вероятности того, что первый или второй игрок уступают, соответственно, выпишите их ожидаемые выигрыши  $u_1(x_1, x_2)$  и  $u_2(x_1, x_2)$  и для каждого  $c$  решите задачу  $\max u_1(x_1, x_2)$  при условии  $u_2 \geq c$ . Не забудьте, что вероятности лежат в отрезке  $[0, 1]$ .

5. Квадратичная форма в  $\mathbb{R}^3$  задана симметричной матрицей

$$\begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{2} & 1-\alpha \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При каких значениях параметра  $\alpha$  форма является положительно полуопределенной?

### **Политика академической честности**

Списывание, плагиат и другие нарушения академической этики в РЭШ недопустимы.